



Дәріс-5. Айнымалы ток тізбегін талдауда комплексті сандарды қолдану.

$$i^2 = -1$$

теңдігі орындалатын нақты және жорамал бөліктен тұратын сан.

Комплекс сандарға арифметикалық амалдар қолдану:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i,$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \right) i$$

Комплекс сандардың негізгі қасиеті

$$i^2 = -1; i^3 = -i; i^4 = 1; i^5 = i$$

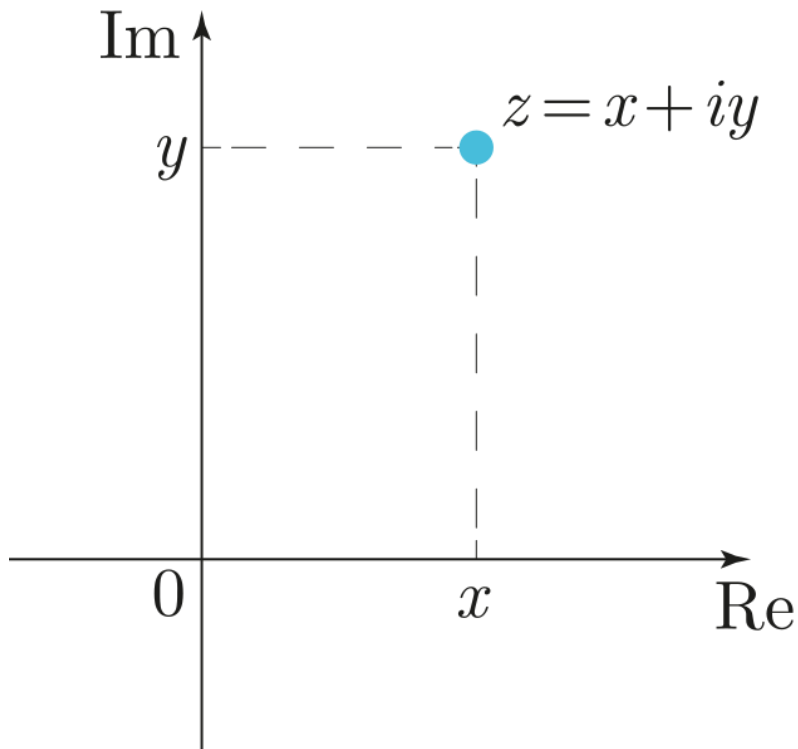
Белгіленуі:

$$C = X + jY$$

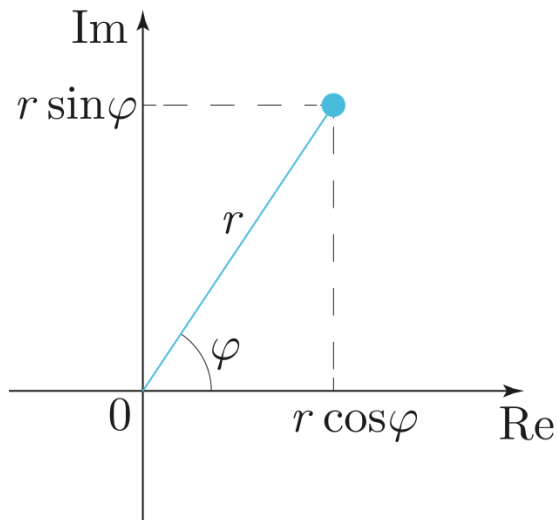
$$\dot{C} = X + jY$$

$$\underline{C} = X + jY$$

Комплексті жазықтық



Комплекс санның модулі мен аргументі



$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}; \quad \cos \varphi = \frac{x}{|z|}; \quad \sin \varphi = \frac{y}{|z|}$$



Комплекс сандардың формалары

Алгебралық формасы: $x + iy$

Тригонометриялық формасы: $z = r (\cos \varphi + i \sin \varphi)$

Көрсеткіштік формасы:

$$z = r e^{i\varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}; \quad \sin \varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$$

Көрсеткіштік формадағы комплексті сандарды көбейту/бөлу

$$\mathbf{C_1 \cdot C_2 = Z_1 Z_2 / \theta_1 + \theta_2}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Z_1}{Z_2} / \theta_1 - \theta_2$$

sin - -> complex

$$i = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \longrightarrow \dot{I} = I e^{j0^\circ} = I \angle 0^\circ$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

R үшін

$$\begin{aligned} v &= V_m \sin(\omega t + 0^\circ) \longrightarrow \dot{V} \\ &= V e^{j0^\circ} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \end{aligned}$$



Сонда

$$i = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \longrightarrow \dot{i} = I e^{j0^\circ} = I \angle 0^\circ$$

Яғни

$$\frac{V \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = R \angle 0^\circ$$

L үшін

$$i_L = I_m \sin(\omega t + 0^\circ) \longrightarrow \dot{i} = I e^{j0^\circ} = I \angle 0^\circ$$

Сонда

$$v_L = V_m \sin(\omega t + 90^\circ) \longrightarrow \dot{V} = V e^{j90^\circ} = V \angle 90^\circ$$

Яғни

$$\frac{V \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} = X_L \angle 90^\circ$$

C үшін

$$v_C = V_m \sin(\omega t + 0^\circ) \longrightarrow \dot{V} = V e^{j0^\circ} = V \angle 0^\circ$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \longrightarrow \dot{i} = I e^{j90^\circ} = I \angle 90^\circ$$

$$\frac{V \angle 0^\circ}{I \angle 90^\circ} = X_C \angle -90^\circ$$